

数学(理科系)

1

漸化式を立てて確率を求めるタイプの問題を出題しました。内容は、本当によくあるタイプの問題なので、現時点でもある程度の高得点が望まれますが、(1)で10点をとるだけで終わってしまっている答案が非常に目立ちました。(2)以降では、箱の中の赤玉の個数が0個である確率を求めていきますが、問題を解く上では赤玉の個数が1個である確率、2個である確率を自分で設定して n 回目から $n+1$ 回目の状態の推移を考察する必要があります。まだ学習が足りていないことがうかがわれる答案が大多数でした。もしかしたら、今まで誘導がついているタイプの問題しか解いたことがなかったのかもしれませんが、このレベルの問題はノーヒントで出るものだと考えて準備をしなければなりません。名大では確率・漸化式は超頻出テーマなので、今回のレベルの問題は最後の答えまで合わせることを要求されたいと考えてほしいところです。

2

名大では空間ベクトル(または空間図形)は頻出です。十分な対策が望まれますが、現時点での習熟度は非常に低いと言わざるを得ません。白紙答案が続出、というよりは、(3)くらいまで計算して答え(らしきもの)を出しているのに点が低い、という答案が目立ちました。空間ベクトルでは計算量が多くなるのが普通で、名大では特に計算が重い問題が好んで出題されるのでいろいろな問題を解いて計算力も身につけていきましょう。(2)は地道にCの座標を置いてCの z 座標 $\neq 0$ となる条件を考えていけばよいですし、(3)も特別な知識などは必要なく、ごく平凡に $\vec{OH} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$ ($\alpha + \beta + \gamma = 1$)などと置いて計算していただくのですが、計算の過程では t が含まれる式が出てくるのでそこで混乱したり計算ミスをしたりしないようにしていきたいところです。これは結局のところ慣れていくしかないので、空間ベクトルは積極的に入試レベルの問題に取り組んでいくようにしましょう。

3

(1)微分法を利用して不等式を証明するのに10点、(2)(i)(1)で得られた不等式を利用して極限値を求めるのに10点、(2)(ii)増減や凹凸、極限を調べてグラフをかくのに10点、ここまでは模試の実施時期が7月であることを考慮して数学Ⅲの基本的な学力や計算力があるかどうかを確認する意図で非常に簡単な問題にしていますが、(1)から正答率が振るわず

$$h(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right)$$

$$h'(x) = e^x - 1 - x$$

$$h''(x) = e^x - 1$$

という具合に2回微分する、という基本操作ができていない答案が多数ありました。また、(2)(i)で $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$ を示すのに(1)を利用せずに「いい加減」なことを書いてお茶を濁している答案も非常に目立ちました。 $y = \frac{x}{e^x}$ ($= x e^{-x}$)のグラフをかかせるときに、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$ は証明せず用いてよいというヒントがつく問題も多いですが、実際に証明するときには今回の問題の(1)のように不等式を利用します。

4

(1)が z_2, z_3 を求めるだけで10点なので、平均点はかなり高くなりました。(2)で $z_{n+1} = \alpha z_n + 1$ の漸化式を解くときには、実数の数列の漸化式と全く同じように $z_{n+1} - \frac{1}{1-\alpha} = \alpha \left(z_n - \frac{1}{1-\alpha} \right)$ と変形して

等比数列 $\left\{ z_n - \frac{1}{1-\alpha} \right\}$ を作ればよいのですが、今回は $z_n = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}$ であることを示せ、としたので数学的帰納法を用いた証明をしていた答案も多く見られました。もちろん今回の問題では帰納法で示す方法でOKですが、普通に漸化式を解く方法も使えるようにしておきましょう。

逆にこの問題では、等比数列 $\left\{ z_n - \frac{1}{1-\alpha} \right\}$ を作る解法で解いた答案の中では、記述が雑で大きく減点されている答案も目立ちました。他の問題も含めて、記述の不備が多く見られたので、夏以降、しっかり答案を記述することを意識して学習に取り組みましょう。