

数学(文科系)

1 (配点 65 点)

(1) 15 点

4回の試行における玉を入れる箱の選び方は n^4 通りに5点

4個の玉をすべて同じ箱に入れる場合の数は n 通りに5点

答えに5点

(2) 20 点

隣り合う2箱の番号の組は $n - 1$ 通りに6点

2箱への玉の入れ方は14通りに6点

答えに8点

(3) 30 点

$|A|$ の値に応じて3通りに場合分けをする方針に4点

$|A| = 2$ のとき $14n - 14$ 通りに4点

$|A| = 3$ のとき $36n - 72$ 通りに8点

$|A| = 4$ のとき $24n - 72$ 通りに8点

答えに6点

2 (配点 70 点)

(1) 12 点

$f(x)$ の増減を調べて4点

$f(x)$ の極大値に4点

$f(x)$ の極小値に4点

(2) 18 点

C と x 軸の交点の x 座標は $x = 0, \pm \sqrt{3}$ に4点

$S = 2 \int_0^{\sqrt{3}} \{-f(x)\} dx$ に6点

答えに8点

(3) 20 点

接線 l の方程式 $y = (3t^2 - 3)x - 2t^3$ に5点

$x^3 - 3t^2x + 2t^3 = 0$ に5点

$x = -2t$ に5点

答えに5点

(4) 20 点

$T(t) = 3t^4$ に10点

答えに10点

3 (配点 65 点)

(1) 20 点

$$(x-6)(y-6)=36 \text{ に 4 点}$$

$f(6)$ が 36 の正の約数の個数と等しいことを論じて 4 点

$$f(6)=9 \text{ に 4 点}$$

$x \leq y$ を満たす組 (x, y) をすべて求めて 8 点

(2) 15 点

$$(x-p)(y-p)=p^2 \text{ に 5 点}$$

p^2 の正の約数は 3 個に 5 点

答えに 5 点

(3) 30 点

$f(1) \neq 9$ に言及して 5 点

$$n \geq 2 \text{ のとき } n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k} \text{ と表すと } n^2 = p_1^{2a_1} p_2^{2a_2} \cdots p_k^{2a_k} \text{ に 5 点}$$

$$f(n) = (2a_1+1)(2a_2+1) \cdots (2a_k+1) \text{ に 5 点}$$

$$2a_1+1=9 \text{ のとき } n = p_1^4 \text{ と表されることを示して 5 点}$$

$$(2a_1+1)(2a_2+1)=9 \text{ のとき } n = p_1 p_2 \text{ と表されることを示して 5 点}$$

結論を示して 5 点

4 (配点 65 点)

(1) 10 点

$$c_{n+1} = 4c_n \text{ に 3 点}$$

答えに 7 点

(2) 20 点

$$a_{n+1} + p b_{n+1} = (3+p)a_n + (2+2p)b_n \text{ に 4 点}$$

$$a_{n+1} + p b_{n+1} = a_n + p b_n \text{ に 4 点}$$

$$(2+p)(a_n + b_n) = 0 \text{ に 4 点}$$

$$p = -2 \text{ に 4 点}$$

一定の値が 3 であることを示して 4 点

(3) 10 点

$$b_n = 4^{n-1} - 1 \text{ に 5 点}$$

$$a_n = 2 \cdot 4^{n-1} + 1 \text{ に 5 点}$$

(4) 25 点

$$\frac{a_n}{b_n} - 2 = \frac{3}{4^{n-1}-1} \text{ に 4 点}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき } \frac{a_n}{b_n} > 2 \text{ を示して 8 点}$$

$$2^{2n-2} > 3 \cdot 2^{20} + 1 \text{ に 4 点}$$

$$2^{21} < 3 \cdot 2^{20} + 1 < 2^{22} \text{ に 5 点}$$

最小の n は 12 に 4 点